ضرب اعداد توان دار : الف) اگر پایه ها برابر باشند : یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

مانند : $۴^۷ \times ۴^۳ = ۴^{۱۰}$

ب) اگر توان ها برابر باشند : یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

مانند : $۱۲^۷ \times ۳^۷ = ۳۶^۷$

تقسیم اعداد توان دار : الف) اگر پایه ها برابر باشند : یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم می کنیم.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

مانند : $\frac{۹^۵}{۹^۳} = ۹^۲$

ب) اگر توان ها برابر باشند : یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

مانند : $۲۰^۸ \div ۴^۸ = ۵^۸$

نکته : اگر در ضرب و تقسیم اعداد توان دار پایه ها و توان ها برابر نباشند از تجزیه استفاده می کنیم.

مانند : $۹^۲ \div ۲۷ = (۳^۲)^۲ \div ۳^۳ = ۳^۴ \div ۳^۳ = ۳$ (تجزیه)

$۴^۸ \times ۲^۳ = (۲^۲)^۸ \times ۲^۳ = ۲^{۱۶} \times ۲^۳ = ۲^{۱۹}$ (تجزیه)

نکته : اگر اعداد توان دار مثل هم باشند و بین آن ها علامت جمع باشد آن عبارت را تبدیل به ضرب می کنیم.

مانند : $۹^۵ + ۹^۵ + ۹^۵ = ۳ \times ۹^۵ = ۳ \times (۳^۲)^۵ = ۳^{۱۱}$ (تجزیه)

$۲^۶ + ۲^۶ = ۲ \times ۲^۶ = ۲^۷$

نکته : عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به تعداد توان ضرب نمی شود.

مانند : $-۴^۲ = -(۴ \times ۴) = -۱۶$

$(-۴)^۲ = -۴ \times -۴ = ۱۶$

نکته : عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

مانند : $(-۳)^۳ = -۲۷$ (توان فرد)

$(-۳)^۴ = ۸۱$ (توان زوج)

نکته : اگر عدد توان دار داخل پرانتز باشد و توان دیگر داشته باشد پایه را نوشته و توان ها را در هم ضرب می شود.

مانند : $((۲^۲)^۳)^۴ = ۲^{۲۴}$

$(۳^۲)^۲ = ۳^۴$

نکته : اگر عدد توان دار بدون پرانتز باشد و توان دیگر داشته باشد پایه را نوشته و عبارت بالا را جواب می دهیم.

مانند : $۲^{۳^۲} = ۲^۹$ ($۳^۲ = ۹$)

@riaziat789

مثال : حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$\underline{۳^۴} \times \underline{۳^۲} \div (۲۷) = ۳^۶ \div ۳^۳ = ۳^۳$$
تجزیه

$$\underline{۴^۷} \times \underline{۲^۳} \times \underline{(۰/۵)^۷} = ۲^۷ \times ۲^۳ = ۲^{۱۰}$$

$$\frac{۴^۷ \times ۳^۸}{۳^۳ \times ۴^۲} = \frac{۴^۷}{۴^۲} \times \frac{۳^۸}{۳^۳} = ۴^۵ \times ۳^۵ = ۱۲^۵$$

$$\frac{۲۰^۶}{۵^۲ \times ۴^۶} = \frac{۵^۶}{۵^۲} = ۵^۴$$

مثال : اگر $۳^a = ۵$ باشد حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$۲۷^a = (۳^۳)^a = (۳^a)^۳ = ۵^۳ = ۱۲۵$$

$$۳^{a+۲} = ۳^a \times ۳^۲ = ۵ \times ۹ = ۴۵$$

$$۹^{۲a} = (۳^۲)^{۲a} = (۳^a)^۴ = ۵^۴ = ۶۲۵$$

$$۳^{a-۳} = ۳^a \div ۳^۳ = ۵ \div ۲۷ = \frac{۵}{۲۷}$$

نکته : برای مقایسه اعداد توان باید پایه یا توان اعداد را برابر کنیم.

مثال : اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$۲^۶ \text{ و } ۲^{۱۲} \text{ و } ۲^۳ \text{ و } ۲^۹ \text{ و } ۲^۲ \Longrightarrow ۲^۲ < ۲^۳ < ۲^۶ < ۲^۹ < ۲^{۱۲}$$

$$(۲^۳)^۲ \text{ و } ۸^۴ \text{ و } ۲^۳ \text{ و } ۲^{۳^۲} \text{ و } ۴$$

جذر یا ریشه دوم اعداد : در تساوی $[۹ = (-۳)^۲$ و $۹ = ۳^۲]$ عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و ۳- می گویند. و اعداد ۳ و ۳-

ریشه های دوم ۹ می گویند.

نکته : هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

مانند : ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با : ۶ و ۶-

نکته : در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال $(\sqrt{\ })$ نشان می دهند.

نکته : اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی ؛ منفی نمی شود.

نکته : جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

@riaziat789

مثال : جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{\frac{۴۹ \times ۲۵}{۱۰۰}} = \frac{۷ \times ۵}{۱۰} = \frac{۷}{۲}$$

$$\sqrt{۰/۲۵} = ۰/۵$$

$$\sqrt{\sqrt{۱۶}} = \sqrt{۴} = ۲$$

جذر تقریبی اعداد : برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

@riaziat789

۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

نکته : برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

مثال : مشخص عدد $\sqrt{۳۲}$ و $\sqrt{۸۳}$ بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

$\sqrt{۸۱} < \sqrt{۸۳} < \sqrt{۱۰۰}$ (بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است)

$\sqrt{۲۵} < \sqrt{۳۲} < \sqrt{۳۶}$ (بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است)

مثال : جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$\sqrt{۳۶} < \sqrt{۴۷} < \sqrt{۴۹}$

۶ ← ۶/۵ ← ۷

مرحله ۲

مجذور عدد وسط

$(۶/۵)^۲ = ۴۲/۲۵$

مرحله ۳

$۴۲/۲۵ < ۴۷$

چون مجذور عدد وسط کمتر از عدد شده مجذور

۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجذور عدد	۴۳/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

$\sqrt{۴۷} \simeq ۶/۹$

مثال : جذر تقریب عدد ۱۲۷ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$\sqrt{۱۲۱} < \sqrt{۱۲۷} < \sqrt{۱۴۴}$

۱۱ ← ۱۱/۵ ← ۱۲

مرحله ۲

مجذور عدد وسط

$(۱۱/۵)^۲ = ۱۳۲/۲۵$

مرحله ۳

$۱۳۲/۲۵ > ۱۲۷$

چون مجذور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجذور

۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

Riazigram.ir
دانلود شده از سایت ریاضی گرام

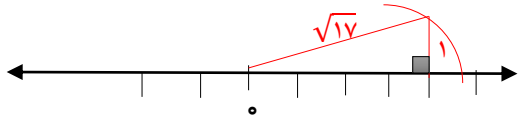
$\sqrt{۱۲۷} \simeq ۱۱/۳$

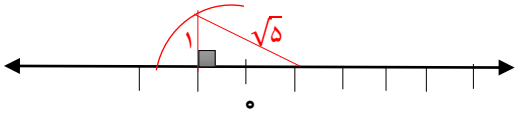
عدد	۱۱/۱	۱۱/۲	۱۱/۳	۱۱/۴
مجذور عدد	۱۲۳/۲۱	۱۲۵/۴۴	۱۲۷/۶۹	۱۲۹/۹۶

نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد : برای نمایش این اعداد چهار مورد زیر را باید مشخص کنیم :

۱) مبدأ حرکت ۲) تعداد حرکت ۳) جهت حرکت ۴) تعداد مثلث

مثال : اعداد $\sqrt{۱۷}$ و $\sqrt{۵}-۱$ را روی محور اعداد نمایش دهید.





خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها : در ضرب و تقسیم رادیکال ها می توان رادیکال را جدا از هم نوشت.

مثال : حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{\frac{۲۵}{۳۶}} = \frac{\sqrt{۲۵}}{\sqrt{۳۶}} = \frac{۵}{۶}$$

$$\sqrt{۹۰۰} = \sqrt{۹ \times ۱۰۰} = \sqrt{۹}^{۳} \times \sqrt{۱۰۰}^{۱۰} = ۳۰$$

نکته : در جمع و تفریق رادیکال ها نمی توان رادیکال را جدا از هم نوشت و جواب داد :

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

نکته : برای ساده کردن عدد زیر رادیکال می توان برای بعضی از اعداد یک ضرب نوشت به شرطی که یکی از دو عدد جذر دقیق داشته باشد.

مثال : اعداد زیر را به صورت ضرب یک عدد طبیعی در رادیکال بنویسید.

$$۳\sqrt{۴۸} = ۳\sqrt{۱۶ \times ۳} = ۱۲\sqrt{۳}$$

(۱۶ : جذر ۴ ×)

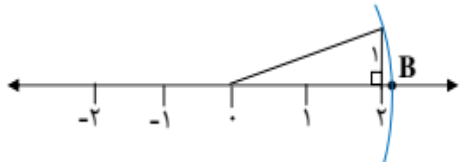
$$\sqrt{۲۰} = \sqrt{۴ \times ۵} = ۲\sqrt{۵}$$

(۴ : جذر ۲)

@riaziat789

ریاضیات هفتم ، هشتم ، نهم

نمونه سؤالات مسعود زیرکاری	فصل هفتم (توان و جذر)	پایه هشتم ناحیه یک زاهدان

ردیف	سـؤالات	ردیف	سـؤالات
۱	مقدار هر عبارت را به دست آورید. الف) $۳^۳ + ۴^۲ \div ۲^۳ =$ ب) $۳ - ۳ \times ۲^۳ \div ۶ - ۱^{۱۰} =$ ج) $\frac{(۷^۴)^۰ \times ۲^{۲^۳}}{۲^۲} =$	۷	الف) حاصل $(ab^۲c^۳)^۲$ به صورت عدد توان دار بنویسید. ب) حاصل $\sqrt{۲} \times \sqrt{۸}$ برابر با چه عددی است. ج) سه عدد طبیعی بین $\sqrt{۵}$ و $\sqrt{۲۷}$ بنویسید.
۲	حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید. الف) هفت برابر $۷^۹$ ب) ثلث عدد $۳^۹$ ج) ۲۵ برابر عدد $۵^{۱۰}$	۸	حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید. الف) $۴^۷ \times ۲^۳ \times ۰/۵^۷ =$ ب) $\frac{۳^۹ + ۳^۹ + ۳^۹}{۱۸^۴ \div ۶^۴} =$
۳	اگر $۲^x = ۷$ باشد. حاصل هر عبارت را به دست آورید. الف) $۲^{x+۲}$ ب) $۲^{x-۳}$ ج) ۸^x	۹	نقطه ی B نمایش چه عددی است. 
۴	در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید. الف) $۸ \times ۲^۲ = ۲^{\bigcirc}$ ب) $\sqrt{\frac{۹}{۲۵}} \times \sqrt{\sqrt{...}} = ... \times ۳$	۱۰	اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $\sqrt{\sqrt{۱۶}}$ و $۱ - ۳^۲$ و $۱۲۰^۰$ و $\sqrt{۱۲}$
۵	مقدار دقیق جذرهای زیر را به دست آورید. الف) $\frac{\sqrt{۳۶} \times ۴}{\sqrt{۰/۲۵}} =$ ب) $۲\sqrt{۲۳ - \sqrt{۴۴ + \sqrt{۲۵}}} =$	۱۱	اعداد زیر بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارند و به کدام عدد نزدیکتر هستند. الف) $۳\sqrt{۲}$ ب) $-\sqrt{۷۷}$
۶	جذر تقریبی اعداد زیر را تا یک رقم اعشار به کمک جدول مناسب به دست آورید. الف) $\sqrt{۵۵}$ ب) $\sqrt{۱۱۳}$	۱۲	اعداد زیر را روی محور اعداد نمایش دهید. الف) $A = \sqrt{۱۰}$ ب) $B = \sqrt{۹} - \sqrt{۶}$

@riaziat789

۱) الف) $۲۷+۱۶\div۸=۲۹$ ب) $۳-۳\times۸\div۶-۱=۳-۴-۱=-۲$ ج) $\frac{(۷^{۲۵})\times۲^{۳}}{۲^{۲}}=\frac{۷^{۵}\times۲^{۸}}{۲^{۲}}=\frac{۱\times۱۲۸}{۴}=۳۲$

۲) الف) $۷^{۱}\times۷^{۹}=۷^{۱۰}$ ب) $۳^{۹}\div۳^{۱}=۳^{۸}$ ج) $۲۵\times۵^{۱۰}=۵^{۲}\times۵^{۱۰}=۵^{۱۲}$ تجزیه

۳) الف) $۲^{x+۲}=۲^{x}\times۲^{۲}=۷\times۴=۲۸$ ب) $۲^{x-۳}=۲^{x}\div۲^{۳}=۷\div۸=\frac{۷}{۸}$

ج) $۸^{x}=۲^{x}\times۲^{x}\times۲^{x}=۷\times۷\times۷=۳۴۳$ تجزیه

۴) $\sqrt{\frac{۹}{۲۵}}\times\sqrt{\sqrt{۸۱}}=\frac{۳}{۵}\times۳$

۵) الف) $۲^{۳}\times۲^{۲}=۲^{۵}$ تجزیه ب) $۲\sqrt{۲۳-\sqrt{۴۴+۱۲۵}}=۲\sqrt{۲۳-۱۳}=۲\sqrt{۱۶}=۸$

الف) $\frac{\sqrt{۳۶\times۴}}{\sqrt{۰/۲۵}}=\frac{۶\times۴}{۰/۵}=\frac{۲۴}{\frac{۵}{۱۰}}=۲۴\times۲=۴۸$

۶) $\sqrt{۵۵}\simeq۷/۴$

عدد	۷/۱	۷/۲	۷/۳	۷/۴
مجذور	۵۰/۴۱	۵۱/۸۴	۵۳/۲۹	۵۴/۷۶

الف) $\sqrt{۴۹}<\sqrt{۵۵}<\sqrt{۶۴}$ ، $۷<\sqrt{۵۵}<۸$ ، $۷\longrightarrow۷/۵\longleftarrow۸$ بین ۷ و ۸ قرار دارد ولی به ۷ نزدیکتر است

ب) $\sqrt{۱۰۰}<\sqrt{۱۱۳}<\sqrt{۱۲۱}$ ، $۱۰<\sqrt{۱۱۳}<۱۱$ ، $۱۰\longrightarrow۱۰/۵\longleftarrow۱۱$ بین ۱۰ و ۱۱ قرار دارد ولی به ۱۱ نزدیکتر است

$\sqrt{۱۱۳}\simeq۱۰/۶$

عدد	۱۰/۶	۱۰/۷	۱۰/۸	۱۰/۹
مجذور	۱۱۲/۳۶	۱۱۴/۴۹	۱۱۶/۶۴	۱۱۸/۸۱

۷) الف) $a^{۲}b^{۴}c^{۶}$ ب) $\sqrt{۲}\times\sqrt{۸}=\sqrt{۱۶}=۴$

ج) $\sqrt{۵}<\sqrt{۹}<\sqrt{۱۶}<\sqrt{۲۵}<\sqrt{۲۷}$ ، $\sqrt{۵}<۳<۴<۵<\sqrt{۲۷}$ (۳ عدد طبیعی ۳و۴و۵)

۸) الف) $۴^{۷}\times۲^{۳}\times۰/۵^{۷}=۲^{۷}\times۲^{۳}=۲^{۱۰}$ ب) $\frac{۳^{۹}+۳^{۹}+۳^{۹}}{۱۸^{۴}\div۶^{۴}}=\frac{۳^{۱۰}}{۳^{۴}}=۳^{۶}$

۹) برای مشخص کردن نقطه B سه مورد باید مشخص شود: ۱- مبدأ حرکت ۲- جهت حرکت ۳- وتر مثلث:

$x^{۲}=۲^{۲}+۱^{۲}=۴+۱=۵$ ، $B=۰+\sqrt{۵}\Rightarrow B=\sqrt{۵}$ (مبدأ حرکت، جهت حرکت، وتر مثلث)

۱۰) $\sqrt{۱۲}$ ، ۱۲۰° ، $۳^{۲}-۱$ ، $\sqrt{\sqrt{۱۶}}$

$۴/۳$ ، ۱ ، $۹-۱=۸$ ، ۲

$\Rightarrow ۱۲۰^{\circ}<\sqrt{\sqrt{۱۶}}<\sqrt{۱۲}<۳^{۲}-۱$

کوچکترین — بزرگترین

Riazigram.ir
دانلود شده از سایت ریاضی گرام

(۱۱) الف) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ ($3\times3=9$)

$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$ (۴ و ۵)

بین ۴ و ۵ قرار دارد ولی به ۴ نزدیکتر است.

ب) $-\sqrt{81} < -\sqrt{77} < -\sqrt{64}$ (-۹ و -۸)

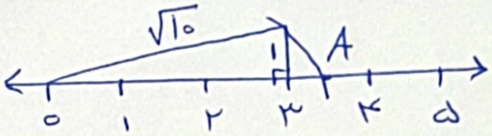
بین ۸- و ۹- قرار دارد ولی به ۹- نزدیکتر است

---

(۱۲) برای نمایش اعداد را یکایی روی محور اعداد باید ۴ مورد مشخص شود:

۱- مبدأ حرکت ۲- جهت حرکت ۳- تعداد حرکت ۴- تعداد مثلث

الف) $A = \sqrt{10}$



حرکت ③ ≃ $\sqrt{10}$ (۹ و ۳)

مثلث ①

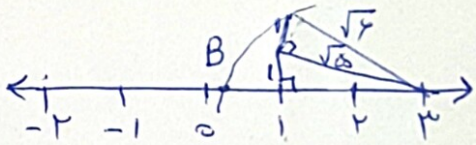
۱ = تعداد مثلث

۳ واحد = تعداد حرکت

مثبت = جهت حرکت

۰ = مبدأ حرکت

ب) $\sqrt{9} - \sqrt{6} = 3 - \sqrt{6}$



حرکت ② ≃ $\sqrt{6}$ (۲ و -۴)

مثلث ②

۲ = تعداد مثلث

۲ واحد = تعداد حرکت

منفی = جهت حرکت

۳ = مبدأ حرکت

زیرکاری ∞

@riaziat789

Riazigram.ir

دانلود شده از سایت ریاضی گرام