معادله خط : رابطه ای است که بین نقاط تشکیل دهنده یک خط وجود دارد.

@riaziat789

نکته : فرم کلی معادله خط به صورت $(y = ax + b)$ می باشد.

نکته : در صورتی که نمودار رابطه ی بین دو مقدار به صورت خط راست باشد. آن دو مقدار با هم رابطه خطی دارند.

مثال : آیا رابطه بین یک ضلع مربع و محیط مربع رابطه ی خطی است؟ چرا؟ بله. چون افزایش یک ضلع مربع با افزایش محیط مربع یک مقدار ثابت است : (ضلع مربع را x و محیط مربع را y در نظر می گیریم پس خواهیم داشت : $y = ۴x$)

x	۱	۲	۳	۴
$y = ۴x$	۴	۸	۱۲	۱۶

مثال : آیا رابطه بین یک ضلع مربع و مساحت مربع رابطه ی خطی است؟ چرا؟ خیر. چون افزایش یک ضلع مربع با افزایش مساحت مربع مقدار ثابتی نیست : (ضلع مربع را x و مساحت مربع را y در نظر می گیریم بنابرین خواهیم داشت : $y = x^۲$)

x	۱	۲	۳	۴
$y = x^۲$	۱	۴	۹	۱۶

انواع معادله خط : ۱) مبدا گذر $(y = ax$: فرم کلی$)$ ۲) غیر مبدا گذر $(y = ax + b$: فرم کلی$)$

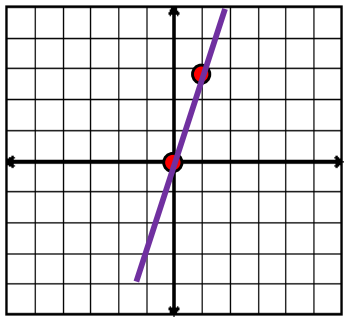
۳) خطوط موازی با محور $(x = n$ و $y = m$: فرم کلی$)$

رسم یک خط : برای رسم یک خط در دستگاه مختصات نیاز به مختصات دو نقطه است.

نکته : اگر در فرم کلی (استاندارد) معادله خط عدد قبل از x عدد صحیح (غیر صفر) باشد در جدول به جای x اعداد (صفر و ۱) قرار می دهیم و عدد قبل از x عدد کسری باشد به جای x اعداد (صفر و مخرج کسر) قرار می دهیم.

مثال : معادله خط $y = ۳x$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

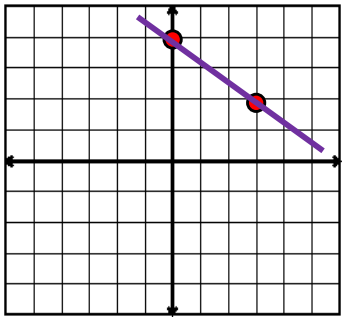
x	۰	۱
$y = ۳x$	۰	۳



خط مبدا گذر

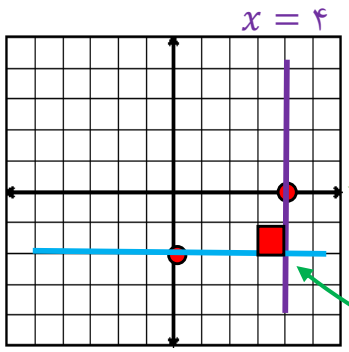
مثال : معادله خط $y = -\frac{۲}{۳}x + ۴$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

x	۰	۳
$y = -\frac{۲}{۳}x + ۴$	۴	۲



خط غیرمبدا گذر

مثال : معادلات خط $y = -۲$ و $x = ۴$ را در دستگاه مختصات رسم کنید. (برای رسم این خط ها نیاز به جدول نیست. فقط کافی است هر نقطه داده شده را در دستگاه مختصات مشخص کرد سپس خطی موازی با محور از روی آن نقطه رسم کرد.)



خط موازی با محور

زاویه ی بین خطوط موازی با محور ۹۰ درجه است.

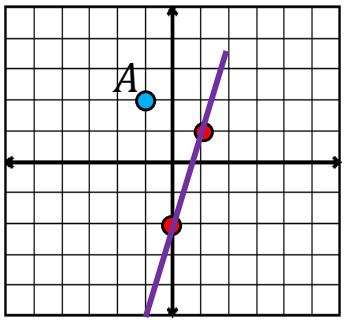
نکته : شرط این که نقطه روی یک خط قرار گیرد این است که مختصات آن نقطه در معادله خط صدق کند. که برای این کار دو روش وجود دارد : ۱) روش تحلیلی (جایگزینی مختصات نقطه در معادله خط) ۲) روش ترسیمی

مثال : آیا نقطه ی $A = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$ روی خط $y = ۳x - ۲$ قرار دارد؟

روش تحلیلی : قرار ندارد چون دو طرف تساوی برابر نیست : $\left(x = -۱ \text{ و } y = ۲\right) \Rightarrow ۲ = ۳(-۱) - ۲ \Rightarrow ۲ \neq -۵$

روش ترسیمی : خط داده شده را در دستگاه مختصات رسم کرده سپس نقطه A را نیز در دستگاه مختصات مشخص می کنیم :

x	۰	۱
$y = ۳x - ۲$	-۲	۱

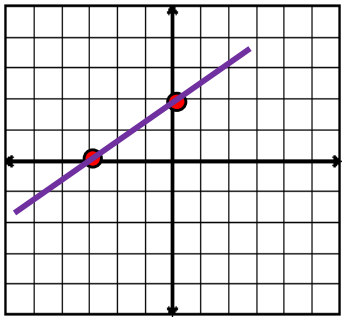


@riaziat789

نکته : برای رسم معادلات خطی که به صورت $(ax+by=c)$ هستند. در جدول یک بار به جای x و یک بار به جای y صفر قرار می دهیم.

@riaziat789

مثال : معادله خط $۲x-۳y=-۶$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.



x	۰	-۳
$۲x-۳y=-۶$	۲	۰

شیب خط: زاویه ای بین سمت راست محور طول ها با خط داده شده را می گویند.

عرض از مبدأ : نقطه ای که خط داده شده محور عرض ها را در آن نقطه قطع می کند را عرض از مبدأ می گویند.

نکته : در فرم کلی معادله خط $(y=ax+b)$ ضریب x یعنی عدد a شیب خط و عدد b عرض از مبدأ نام دارد.

مانند : در معادله خط $y=-\frac{۱}{۳}x+۱$ عدد $\left(\text{شیب خط : } -\frac{۱}{۳}\right)$ و عدد $\left(\text{عرض از مبدأ : } ۱\right)$ می باشد.

نکته : برای به دست آوردن شیب خط و عرض مبدأ باید معادله خط به فرم کلی $(y=ax+b)$ مرتب شود.

مثال : شیب خط و عرض از مبدأ معادله های خطی زیر را به دست آورید.

الف) $-۵x+۲y=-۶ \left(\text{عرض از مبدأ :} -۳ \text{ و شیب خط :} \frac{۵}{۲}\right)$

$$۲y=۵x-۶ \Rightarrow \frac{۲y}{۲}=\frac{۵x}{۲}-\frac{۶}{۲} \Rightarrow y=\frac{۵}{۲}x-۳$$

ب) $۲y=-۴x$ $\left(\text{عرض از مبدأ : } ۰ \text{ و شیب خط : } -۲\right)$

$$\frac{۲y}{۲}=\frac{-۴x}{۲} \Rightarrow y=-۲x$$

طول از مبدأ : نقطه ای که خط داده شده محور طول ها را در آن نقطه قطع می کند را طول از مبدأ می گویند.

نکته : برای به دست آوردن طول از مبدأ در معادله خط به جای y صفر قرار می دهیم.

مثال : طول از مبدأ معادله خط $\frac{۲}{۳}x-\frac{۱}{۴}y=-۵$ را به دست آورید.

$$y=۰ \Rightarrow \frac{۲}{۳}x-\frac{۱}{۴}(۰)=-۵ \Rightarrow \frac{۲}{۳}x=-۵ \Rightarrow x=\frac{-۵}{\frac{۲}{۳}}=-\frac{۱۵}{۲}$$

طول از مبدأ : $-\frac{۱۵}{۲}$

نکته : دو خط در صورتی موازی هستند که شیب دو خط برابر باشند. **مانند :** $\left(y=-۳x \text{ و } y=-۳x+۵\right)$

نکته : دو خط در صورتی بر هم عمود هستند که شیب دو خط قرینه و معکوس یکدیگر باشند یا حاصل ضرب دو شیب خط برابر با عدد -۱ شود. **مانند :** $\left(y=-\frac{۱}{۲}x-۲ \text{ و } y=۲x+۳\right)$

مثال : معادله خطی بنویسید که با خط $x-۳y=۵$ موازی و از نقطه ی $A=\begin{bmatrix}\cdot\\-۲\end{bmatrix}$ بگذرد. ابتدا معادله خط را مرتب کرده تا شیب خط مشخص شود :

عرض از مبدأ — شیب دو خط برابر

$$-۳y=-x+۵ \Rightarrow \frac{-۳y}{-۳}=-\frac{x}{-۳}+\frac{۵}{-۳} \Rightarrow y=\frac{۱}{۳}x-\frac{۵}{۳} \Rightarrow a=\frac{۱}{۳}$$

$$y=ax+b \xrightarrow{\left(a=\frac{۱}{۳} \text{ و } b=-۲\right)} y=\frac{۱}{۳}x-۲$$ معادله خط جدید

مثال : معادله خطی بنویسید که با خط $y=-\frac{۱}{۵}x+۲$ عمود باشد و از نقطه ی $B=\begin{bmatrix}-۱\\۲\end{bmatrix}$ بگذرد. شیب خط مشخص است پس باید عرض از مبدأ را به دست آوریم :

شیب دو خط قرینه و معکوس

$$y=ax+b \xrightarrow{\left(a=۵ \text{ و } x=-۱ \text{ و } y=۲\right)} ۲=۵(-۱)+b \Rightarrow b=۷$$

@riaziat789

$$y=ax+b \xrightarrow{\left(a=۵ \text{ و } b=۷\right)} y=۵x+۷$$ معادله خط جدید

نکته : برای به دست آوردن شیب خطی که از دو نقطه می گذرد از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$a=\frac{\text{تفاضل عرض ها}}{\text{تفاضل طول ها}}=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}$$

مثال : معادله خطی بنویسید که از نقاط $A=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-۱\\۴\end{bmatrix}$ بگذرد.

$$a=\frac{۴-۳}{-۱-۲}=-\frac{۱}{۳} \quad \text{و} \quad y=ax+b \xrightarrow{\left(a=-\frac{۱}{۳} \text{ و } x=۲ \text{ و } y=۳\right)} ۳=-\frac{۱}{۳}(۲)+b \Rightarrow b=\frac{۱۱}{۳}$$

$$y=ax+b \xrightarrow{\left(a=-\frac{۱}{۳} \text{ و } b=\frac{۱۱}{۳}\right)} y=-\frac{۱}{۳}x+\frac{۱۱}{۳}$$ معادله خط جدید

نکته : معادله خط محور طول ها $(y=۰)$ و معادله خط محور عرض ها $(x=۰)$ و معادله خط نیمساز ربع اول و سوم $(y=x)$ و معادله خط نیمساز ربع دوم و چهارم $(y=-x)$ می باشد.

دستگاه معادلات خطی : برای حل دستگاه معادلات خطی از روش های زیر می توان استفاده کرد :

الف) روش حذفی : در این روش یکی از متغیرها را حذف کرده سپس با جایگزینی متغیر دوم به دست می آید.

مثال : دستگاه معادلات دو مجهولی زیر را حل کنید. (روش حذفی)

$$\begin{cases} 2x+3y=7 \\ -4x+y=-7 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} 4x+6y=14 \\ -4x+y=-7 \end{cases}$$

$$7y=7 \Rightarrow y=1$$

$$2x+3(1)=7 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$$

جواب دستگاه دو مجهولی $A=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$

ب) روش جایگزینی (تبدیلی) : در این روش یکی از معادلات را بر حسب یک متغیر مرتب کرده و مقدار آن را در معادله دوم قرار می دهیم.

مثال : دستگاه معادلات دو مجهولی زیر را حل کنید. (روش جایگزینی)

$$\begin{cases} 2x+3y=7 \\ -4x+y=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=-3y+7 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y+\frac{7}{2} \\ -4\left(-\frac{3}{2}y+\frac{7}{2}\right)+y=-7 \Rightarrow 6y-14+y=-7 \Rightarrow 7y=7 \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

(بر حسب x مرتب می کنیم)

(مقدار x را در معادله پایینی قرار می دهیم)

$$x=-\frac{3}{2}(1)+\frac{7}{2} \Rightarrow x=-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}=\frac{4}{2}=2 \Rightarrow x=2$$

جواب دستگاه دو مجهولی $A=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$

نکته : برای حل بعضی از مسایل می توان از دستگاه دو مجهولی استفاده کرد و به یکی از روش های آن را حل کرد.

مثال : سن برادر علی ۳ برابر سن او است. و اختلاف سن آن ها ۱۸ سال است. سن هر یک را به دست آورید. (روش جایگزینی)

(سن برادر علی را x و سن علی را y فرض می کنیم.)

$$\begin{cases} x=3y \\ x-y=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3y \\ 3y-y=18 \Rightarrow 2y=18 \Rightarrow y=9 \end{cases}$$

سن علی

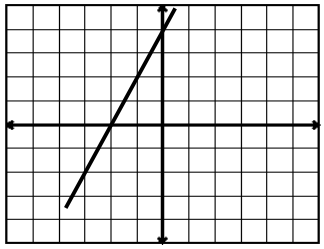
$$x=3(9)=27 \Rightarrow x=27$$

سن برادر علی

@riaziat789

ریاضیات هفتم ، هشتم ، نهم

نمونه سؤالات	فصل ششم	پایه نهم
مسعود زیرکاری	(خط و معادله های خطی)	ناحیه یک زاهدان

ردیف	سـؤالات	ردیف	سـؤالات
۱	آیا معادله $y = x^{۲} - ۲$ یک معادله خطی است؟ با رسم جدول مناسب توضیح دهید.	۷	معادله خط زیر را بنویسید. 
۲	خط های زیر در دستگاه مختصات رسم کنید : الف) $y = -\frac{۲}{۵}x + ۳$ ب) $-۲x + ۴y = ۸$	۸	الف) مقدار a را طوری تعیین کنید که نقطه $A = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$ روی خط $y = ax + ۴$ قرار داشته باشد. ب) مقدار b را طوری تعیین کنید که نقطه $B = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ روی خط $y = \frac{۵}{۶}x + b$ قرار داشته باشد.
۳	معادله خطی بنویسید که بر خط $y = -۴x + ۳$ عمود باشد و از نقطه ی $B = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}$ بگذرد.	۹	کدام یک از نقاط زیر روی خط $۲x + ۳y = -۶$ قرار دارند $A = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۲ \end{bmatrix}$
۴	شیب خط و عرض از مبدأ و طول از مبدأ معادله خط زیر را به دست آورید. $۲x - ۵y + ۶ = ۰$	۱۰	معادله خطی بنویسید که با خط $x + y = ۲$ موازی باشد و از نقطه $A = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$ بگذرد.
۵	معادله خطی بنویسید که از نقاط $A = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۷ \end{bmatrix}$ بگذرد.	۱۱	دو زاویه مکمل اند. اندازه یکی از زاویه ها از دو برابر دیگری ۱۵ واحد بیشتر است. اندازه ی هر زاویه چند درجه است.
۶	دستگاه زیر را به روش حذفی حل کنید. $\begin{cases} ۲x - y = ۷ \\ x + ۳y = -۱۴ \end{cases}$	۱۲	دستگاه زیر را به روش جایگزینی حل کنید. $\begin{cases} x + y = ۱ \\ -۲x + ۲y = ۲ \end{cases}$

دانلود شده از سایت ریاضی گرام Riazigram.ir

① خیر - چون افزایش مقدار y ثابت نیست.
یا نقاط رو یک خط راست قرار نمی‌گیرند

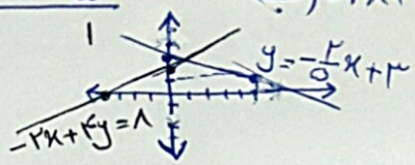
x	۱	۲	۳	۴
$y=x^2-2$	-۱	۲	۷	۱۴

② الف) $y=-\frac{2}{5}x+3$

x	۰	۵
y	۳	۱

ب) $-2x+4y=8$

x	۰	-۴
y	۲	۰



@riaziat789

③ دو خط در صورتی عمود هستند که شیب دو خط قرینه و معکوس باشند:

$y=-4x+3 \Rightarrow a=-4$ (شیب خط) $\xrightarrow[\text{معکوس}]{\text{قرینه}} a'=\frac{1}{4}$ $\qquad y=ax+b \xrightarrow[b=2]{a=\frac{1}{4}} y=\frac{1}{4}x+2$

④ $2x-5y+7=0 \Rightarrow -5y=-2x-7 \Rightarrow y=\frac{2}{5}x+\frac{7}{5} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{2}{5} & \text{شیب خط} \\ b=\frac{7}{5} & \text{عرض از مبدأ} \end{cases}$

موازی خط استاندارد می‌کنیم

$y=0 \Rightarrow 0=\frac{2}{5}x+\frac{7}{5} \Rightarrow \frac{2}{5}x=-\frac{7}{5} \Rightarrow x=-3$ طول از مبدأ

⑤ $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-7-(-1)}{2-(-1)}=\frac{-6}{3}=-2$ شیب خط $\quad y=ax+b \quad a=-2, A=\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$

عرض از مبدأ $-1=(-2\times-1)+b \Rightarrow b=-3$

موازی خط $y=-2x-3$

⑥ $\begin{cases} 2x-y=7 \\ x+3y=-14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-3y=21 \\ x+3y=-14 \end{cases}$

$7x=7 \Rightarrow x=1$

$2x-y=7$

$2(1)-y=7$

$-y=7-2=5 \Rightarrow y=-5$

⑦ طول از مبدأ و عرض از مبدأ را مشخص می‌کنیم:

$A=\begin{bmatrix}0\\4\end{bmatrix}$ عرض از مبدأ $\qquad B=\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix}$ طول از مبدأ

$a=+\frac{4}{2}=+2$ شیب خط

$y=ax+b \xrightarrow[b=4]{a=2} y=2x+4$

⑧ الف) $y=ax+4 \Rightarrow 3=(a\times-1)+4 \Rightarrow -a=-1 \Rightarrow a=1$

ب) $y=\frac{5}{6}x+b \Rightarrow 3=(\frac{5}{2\cancel{6}_3}\times\cancel{2}^1)+b \Rightarrow b=3-\frac{5}{3}=\frac{4}{3} \Rightarrow b=\frac{4}{3}$

⑨ $A=\begin{bmatrix}-2\to x\\3\to y\end{bmatrix} \Rightarrow 2(-2)+3(4)=-4+9=-6 \Rightarrow 5\neq-6$ روی خط قرار ندارد

$B=\begin{bmatrix}-6\\2\end{bmatrix} \Rightarrow 2(-6)+3(4)=-12+6=-6 \Rightarrow -6=-6$ روی خط قرار دارد

⑩ دو خط در صورتی موازی هستند که شیب دو خط برابر باشند:

$3x+y=2 \Rightarrow y=-3x+2 \Rightarrow a=-3$ شیب خط

$y=-3x+3$ موازی خط

$y=ax+b \xrightarrow[\begin{bmatrix}2\to x\\-3\to y\end{bmatrix}]{a=-3} -3=-3(2)+b \Rightarrow b=3$ عرض از مبدأ

Riazigram.ir
دانلود شده از سایت ریاضی گرام

(۱۱) دو زاویه را x و y فرض می‌کنیم:

$$-1\begin{cases} x+y=180 \\ x-2y=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-y=-180 \\ x-2y=15 \end{cases}$$

$$-3y=-165$$

$$y=\frac{-165}{-3}=55$$

$$x+y=180$$

$$x+55=180$$

$$x=180-55=125$$

$$x=125$$

---

(۱۲)

$$\begin{cases} x+y=1 \xrightarrow[\text{مرتب می‌کنیم}]{\text{بر حسب } x} x=1-y \\ -2x+2y=2 \Rightarrow -2(1-y)+2y=2 \Rightarrow -2+2y+2y=2 \Rightarrow \end{cases}$$

$$4y=4 \Rightarrow y=1$$

$$x=1-y=1-1=0 \Rightarrow x=0$$

زیرکاری

@riaziat789

Riazigram.ir

دانلود شده از سایت ریاضی گرام